

Funciones, Límites y Continuidad

Resolución de problemas

Resolver y justificar con claridad los siguientes ejercicios.

1. La población de cierta ciudad pequeña t años a partir de ahora se pronostica que será:

$$P(t) = 2000 + \frac{1000}{(t+2)^2}. \text{ Determine la población a largo plazo.}$$

2. Para una relación particular huésped-parásito, se determinó que cuando la densidad de huésped (número de huéspedes por unidad de área) es x , el número de huéspedes parasitados en un período es: $h(x) = \frac{900x}{10+45x}$

Si la densidad de huésped estuviese aumentando sin cota, ¿a qué valor se aproximaría $h(x)$?

3. Según la gráfica de la función $I = \begin{cases} -100x + 600, & 0 \leq x < 5 \\ -100x + 1100, & 5 \leq x < 10 \\ -100x + 1600, & 10 \leq x < 15 \end{cases}$

Que describe el inventario I de una compañía en el instante x . ¿ I es continua en 2?, ¿ I es continua en 5?, ¿ I es continua en 10?

4. Suponga que los consumidores compran q unidades de un producto cuando el precio de cada uno es $p(q) = 20 - 0.1q$ dólares. ¿Cuántas unidades deben venderse para obtener el máximo ingreso?

5. Para una relación particular presa-depredador, se determinó que el número de presas consumidas por un depredador (y) a lo largo de un período fue una función de la densidad de presas d_p (el número de presas por unidad de área). Suponga que $y = \frac{10d_p}{1+0.1d_p}$. Si la densidad de las presas aumentara sin cota, ¿a qué valor se aproximaría y ?

7. La cantidad de un medicamento en la corriente sanguínea t horas después de inyectada en un paciente está dada por la función $m(t) = \frac{10t}{t^2+1}$. Al pasar el tiempo.

a. ¿Cuál es la mayor cantidad de medicamento en sangre?

b. ¿En qué momento está la mayor cantidad de medicamento?

8. En un experimento biológico, la población de una colonia de bacterias (en millones) después de x días está

dada por: $y = \frac{4}{2+8e^{-2x}}$.

a. ¿Cuál es la población inicial de la colonia de bacterias?

b. Determine si a medida que pasa el tiempo, la población tiende a estabilizarse o aumenta indefinidamente.

9. Un cultivo de bacterias crece siguiendo la expresión $y = \frac{1.25}{1+0.25e^{-0.4t}}$ donde el tiempo t se mide en horas y el peso del cultivo en gramos.

a. Determine el peso del cultivo transcurridos 60 minutos.

b. ¿Cuál será el peso del cultivo cuando el número de horas crece indefinidamente?

10. La función $y = 120 - 80e^{-0.3t}$ es la función de la curva de aprendizaje que describe el número de unidades terminadas por hora para un empleado de una línea de montaje de acuerdo al número de horas de experiencia t que él tiene en su trabajo.

a. Determine el número de unidades que puede terminar un empleado en el momento que ingresa a una empresa y luego de su primera hora de experiencia.

b. ¿Cuántas unidades puede terminar un empleado cuando el número de horas de experiencia en la fábrica crece indefinidamente?

11. El tejido vivo sólo puede ser estimulado por una corriente eléctrica si ésta alcanza o excede cierto valor que se designa como v . Este valor v depende de la duración t de la corriente. La ley de Weiss establece que $v = \frac{a}{t} + b$ donde a y b son constantes positivas. Analice el comportamiento de v cuando.

a. t se aproxima a cero.

b. t tiende a infinito.

12. El área de un terreno rectangular está dado por la función $A = \frac{\sqrt{a^2+9}-3}{a^2}$, donde a es una de las dimensiones del terreno expresado en metros. ¿A qué valor se aproxima el área del terreno cuando a se aproxima a 0 metros? (Recuerde que no todos los terrenos tienen forma rectangular).

13. Se va a usar un terreno rectangular de 4m por 8m para plantar un jardín. Se decide construir un corredor pavimentado en todo el borde, de manera que queden 12 metros cuadrados del terreno para cultivar flores. ¿Cuál debe ser el ancho del corredor?

14. Se tiene un terreno en el que se requiere hacer una siembra de frijol, donde se determinan las longitudes 5 m, 10 m y 20.4 m como lo muestra la figura.

a. Si la distancia entre surcos es 60 cm y cada 10 surcos se dejará una calle de 2.4m. ¿Cuántos surcos se sembrarán?

b. Si el peso de 100 semillas es 29 gramos, calcule la cantidad de semilla requerida en todo el lote si se siembran 2 semillas por sitio (punto de siembra), con una distancia de 10 cm entre sitios.

c. ¿Cuántos gramos son necesarios para sembrar todo el terreno?

d. Determine cuántas plantas de frijol se podrán cosechar al final, si la semilla germina al 100% y no hay problemas de plagas y/o enfermedades.

