Taller Integrales Definidas

www.mathspace.jimdo.com

1. Determine una aproximación del área bajo la curva en los siguientes casos, grafique la función dada y los rectángulos que representan dicha aproximación:

   a. $y = 2 - \frac{(x-2)^2}{2}$ en el intervalo cerrado [0, 4], con $n = 8$.

   b. $y = \frac{(x-1)^3}{2}$, en el intervalo cerrado [0, 2] en subintervalos determinados por:
   $x_0 = 0$, $x_1 = 0.5$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1.5$ y $x_4 = 2$.

   c. $y = 2x + 4$ en el intervalo cerrado [0, 4] con $n = 5$.

   d. $y = 2x^2 + 3$ en el intervalo cerrado [-4, 4] con $n = 6$.

   e. $y = sen(x)$ en el intervalo cerrado $[-\pi, \pi]$ con $n = 8$.

   f. $y = (x+1)(x-2)(x+3)$, para la partición [-3, 2] en los subintervalos determinados por:
   $x_0 = -3$, $x_1 = -2.5$, $x_2 = -0.5$, $x_3 = 0.5$, $x_4 = 1.5$ y $x_5 = 2$.

   g. $y = \ln(x)$ en el intervalo cerrado [0.5, 5] dividido en los subintervalos determinados por:
   $x_0 = 0.5$, $x_1 = 1$, $x_2 = 1.5$, $x_3 = 2$, $x_4 = 2.3$, $x_5 = 3$, $x_6 = 3.2$, $x_7 = 4$, y $x_8 = 5$.

2. Elabore una gráfica de la función dada en el intervalo especificado $[a, b]$ y a continuación determine:
   I. $\int_a^b f(x)dx$.
   II. El valor del área de la función con respecto al EjeX en el intervalo dado.

   Nota: En el punto (h). el símbolo $\lfloor x \rfloor$ representa la función *parte entera* de x, es decir es el mayor entero menor o igual que x. (En caso de necesitarlo, remítase a la guía de funciones del curso de matemáticas generales).

   a. $y = 3x^2 + 2x$; $[-1,1]$.
   b. $y = -2x + 1$; $[0,1]$.
   c. $y = \sqrt{16 - x^2}$; $[-4,4]$.
   d. $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$; $[1,3]$.
   e. $f(x) = |x|$; $[-2,3]$.
   f. $f(x) = |2 - x^2|$; $[-2,2]$.
   g. $f(x) = |senx|$; $[-\pi, 3\pi]$.
   h. $f(x) = \lfloor x \rfloor$; $[-2,3]$.
   i. $f(x) = \begin{cases} senx & si\ -2\pi \le x \le 0 \\ cosx & si\ 0 \le x \le 2\pi \\ tanx & si\ 2\pi \le x \le \frac{9\pi}{4} \end{cases}$

3. Calcule aproximadamente cada una de las integrales usando la regla del trapecio, según el valor de n indicado:

   a. $\int_{-1}^{1}(x^2 + 2x)dx$; $(n = 6)$

   b. $\int_{-\pi}^{\pi} x^2 sen(x)dx$; $(n = 8)$

   c. $\int_0^4 xe^x dx$; $(n = 7)$

4. Encuentre el valor de las siguientes integrales:

a. $\int_{-3}^{4} f(x)dx$,
si $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2, & [-3,0] \\ 2+2x, & [0,4] \end{cases}$

b. $\int_{-3}^{5} |x-2| dx$

c. $\int_{-3}^{3} |3x-3| dx$

d. $\int_{-3}^{5} (|4x-2| + |5-3x|) dx$

e. $\int_{-4}^{4} (|x-2| - 3) dx$

f. $\int_{0}^{4} \lfloor x \rfloor dx$

g. $\int_{0}^{4} (x - \lfloor x \rfloor) dx$

h. $\int_{\frac{\pi^2}{8}}^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

i. $\int_{0}^{5} \frac{x+2}{(x^2+4x+1)^2} dx$

j. $\int_{0}^{5} [4x + \cos(4x-4)] dx$

k. $\int_{1}^{6} sen(2\pi x)\, dx$

l. $\int_{0}^{e} \sqrt{3-x^2}\, dx$

m. $\int_{2}^{\sqrt{e}} (3x^2 - 6x + 99)(\ln(x)) dx$

n. $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{x^3}{(2+3x^2)^4} dx$

o. $\int_{0}^{2\pi} cos^2(\theta) d\theta$

p. $\int_{3}^{5} \sqrt{5+4x-x^2}\, dx$

5. Encuentre el valor de a si se sabe que: $\int_{-1}^{1} [ax^2 + (a+1)x + 4] dx = \frac{28}{3}$.
6. Encuentre el valor de a si se sabe que: $\int_{0}^{a} [x(1-x)] dx = 0$.
7. Determinar un polinomio de segundo grado $P(x)$ donde: $P(0) = P(1) = 0$ y $\int_{0}^{1} P(x)dx = 1$.

8. Determinar la integral:

a. $\int_{-2}^{2} (x^2 - |x|) dx$

b. $\int_{-10}^{10} \frac{3x}{1+x^2} dx$

c. $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{x^3 sen(x)}{x^4 + \cos(2\pi x)} dx$

d. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (sen^3(x)\cos(x) + sen(x)\cos(x)) dx$

9. Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

a. $G(x) = \int_{100}^{2\sec(x^2)} e^{-t}(sen^2(t) + 2\cos(t))dt$

b. $G(x) = \int_{9}^{sen^3(x)} 2sen(2t)\cos(t)dt$

c. $F(x) = \int_{1}^{xsen(x)} \frac{t^4}{1+t^2} dt.$

d. $H(x) = \int_{xsen(x)}^{1} \frac{t^4}{1+t^2} dt.$

e. $F(x) = \int_{sen(x)\ln(x)}^{x^2} \frac{Tan(t)}{sen^2(t+2)} dt$

f. $G(x) = \int_{x^3+\sec(x)}^{e} Ln(m^2+4)dm$

g. $F(x) = \int_{\frac{\cos(x)}{x}}^{\ln(\cos(x))} \frac{\cos(t^2)}{tsen\sqrt{t}} dt$

10. Determine:

a. $\frac{d}{dx}\left[\int_{6}^{x^2} \frac{dt}{\sqrt[2]{4-3t^2}}\right]^3$

b. $\frac{d}{dx}\left[\int_{x}^{x^2} (t+\cos(t))\right]^6$

c. $\frac{d}{dx}\left[\cos(x)\int_{x}^{x^2} \frac{dt}{sen(t)}\right]^2$

11. Resolver:

a. $\int_{1}^{2} \frac{1}{(6-x^2)^{3/2}} dx$

b. $\int_{0}^{\pi/2} cos^2(x)sen^3(x)dx$

c. $\int_{1}^{2} \frac{3}{x^2+2x+2} dx$

d. $\int_{-2}^{4} (x|x+1| - |x-2|)dx$

e. $\int_{2}^{8} \frac{1}{2+\sqrt{x-1}} dx$

f. $\int_{3}^{5} \frac{x-4}{x^3-x} dx$

g. $\int_{\ln(2)}^{\ln(5)} \frac{16}{e^{2x}+16} dx$

h. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{\frac{1-\cos^2(x)}{3}} dx$

i. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{\frac{1+\cos(x)}{3}} dx$

12. Estudiar la convergencia de las siguientes integrales y cuando sea posible calcularlas:

a. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} Tan(x)dx$ b. $\int_{1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$ c. $\int_{0}^{4} \frac{dx}{\sqrt{4-x}}$ d. $\int_{1}^{\infty} \frac{dx}{e^x-2^x}$ e. $\int_{\pi}^{\infty} \frac{2+\cos(x)}{4} dx$ f. $\int_{1}^{\infty} \frac{1}{x} dx$

g. $\int_{0}^{\infty} e^{-x}dx$ h. $\int_{1}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ i. $\int_{1}^{\infty} (1-x)e^{-x}dx$ j. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^x}{e^x+1} dx$ k. $\int_{0}^{3} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$

l. $\int_{0}^{2} \frac{1}{x^3} dx$ m. $\int_{-1}^{2} \frac{1}{x^3} dx$ n. $\int_{0}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(x+1)}$

13. Determinar el valor promedio de las siguientes funciones en el intervalo especificado:

a. $f(x) = x^2;\quad [1,3].$

b. $f(x) = x^2 + x^3;\ [0,1].$

c. $f(x) = x^{1/2};\ [0,4].$

d. $f(x) = x^{1/3};\ [1,8].$

e. $f(x) = sen(x);\ [0,\pi/2].$

f. $f(x) = \cos(x);\ [-\pi/2,\pi/2].$

g. $f(x) = sen(2x);\ [0,\pi/2].$

h. $f(x) = sen(x)cos(x);\ [0,\pi/4].$

i. $f(x) = sen^2(x);\ [0,\pi/2].$

j. $f(x) = cos^2(x);\ \left[0,\frac{\pi}{2}\right].$