

Cálculo 1

Taller N° 3

Derivadas II

mathspace.jimdo@gmail.com

www.mathspace.jimdo.com

Recuerde que el uso de graficadores es una herramienta útil para corroborar sus resultados.

1. Pruebe que la función continua no es diferenciable en el valor x indicado:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2, & x \leq 2 \\ 2x - 4, & x > 2 \end{cases}$$

en $x = 2$.

2. Use el hecho de que

$$\frac{f(x)}{g(x)} = f(x) \left(\frac{1}{g(x)} \right), \quad g(x) \neq 0$$

y la regla del producto para deducir la regla del cociente.

3. Use las propiedades vistas en clase para hallar la derivada de la función dada en cada caso:

a) $f(x) = (x^2 - 7)(x^3 + 4x + 2)$

l) $f(x) = x^3 \cos x - x^3 \sin x$

b) $f(x) = \left(4 + \frac{1}{x}\right) \left(2x - \frac{1}{x^2}\right)$

m) $f(x) = (-5x)^{30}$

c) $f(x) = 5(4x - 1)^{-1}$

n) $f(x) = (2x^2 + x)^{200}$

d) $f(x) = \frac{(2x+1)(x-5)}{3x+2}$

ñ) $f(x) = (3x - 1)^4(-2x + 9)^5$

e) $f(x) = \frac{2-1/x^3}{3+1/x^2}$

o) $f(x) = [x + (x^2 - 4)^3]^{10}$

f) $f(x) = \frac{x^{-2}}{x^{-3} + x^{-2} + 1}$

p) $f(x) = \sqrt{x} \cos \sqrt{x}$

g) $f(x) = \left(\frac{x+1}{x+3}\right) (x^2 - 2x - 1)$

q) $f(x) = (\sin 4x + \tan 2x)^5$

h) $f(x) = (x + 1) \left(x + 1 - \frac{1}{x+2}\right)$

r) $f(x) = \sin(\sin x)$

i) $f(x) = x^2 - \cos x$

s) $f(x) = \tan(\cos x)$

j) $f(x) = 1 + 7 \sin x - \tan x$

t) $f(x) = \sin^3(4x^2 - 1)$

k) $f(x) = (x^2 \sin x) \sec x$

u) $f(x) = [\cos(x^3 + x^2)]^{-4}$

4. Elabore la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 4x - 5$ y utilice el cálculo para determinar su punto más bajo. **R: /P(2, -9)**

5. Elabore la gráfica de la función $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ y utilice el cálculo para determinar su punto más alto. **R: /** $P(-1, 4)$

En los ejercicios 6 y 7, $S(t)$ es la posición de una partícula en movimiento a lo largo de una recta en el instante t .

- a) Halle la velocidad de la partícula.
b) Halle los tiempos cuando la partícula está estática.

6. $s(t) = t^2 - 2t + 6$ **R: /** $v(t) = 2t - 2; t = 1s$

7. $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 25$ **R: /** $v(t) = 3t^2 - 18t + 15; t = 1s$ y $t = 5s$

8. Utilice el cálculo para probar que si y es una función lineal de x , la razón de cambio de y respecto de x es constante.

9. Se estima que una colonia de bacterias tiene una población de $P(t) = \frac{24t+10}{t^2+1}$ miles. t horas después de la introducción de una toxina. Utilice el cálculo para determinar el tiempo cuando la población es máxima. **R: /** $t = \frac{2}{3}s$

10. Una enfermedad se propaga con tal rapidez que al cabo de t semanas, el número de personas infectadas es $N(t) = 5,175 - t^3(t-8); 0 \leq t \leq 8$. ¿A qué razón se propaga la epidemia después de 3 semanas? **R: /** 108 personas

11. Se proyecta que dentro de x meses, la población de cierto pueblo será $P(x) = 2x + 4x^{3/2} + 5000$. ¿A qué razón cambiará la población respecto al tiempo dentro de 9 meses? **R: /** 20 personas

12. Un estudio ambiental de cierta comunidad suburbana indica que el nivel medio diario de monóxido de carbono en el aire será $c(p) = \sqrt{0,5p^2 + 17}$ partes por millón cuando la población es p miles. Se estima que dentro de t años la población de la comunidad será $p(t) = 3,1 + 0,1t^2$ miles. ¿A qué razón cambiará el nivel de monóxido de carbono respecto al tiempo dentro de 3 años? **R: /** 0,24 partes por millón