

EJERCICIOS RECOLECTADOS EN LA RED. (MATEMÁTICA I ADMINISTRACIÓN)

Ecuaciones enteras de primer grado

Resolución de ecuaciones enteras de primer grado con una incógnita

Procedimiento

1. Se reducen términos semejantes
2. Se hace la transposición de términos, los que contengan la incógnita se ubican en el miembro izquierdo, y los que carezcan de ella en el derecho
3. Se reducen términos semejantes
4. Se despeja la incógnita, dividiendo ambos miembros de la ecuación por el coeficiente de la incógnita, y se simplifica.

Resolver las ecuaciones:

1. $5x = 8x - 15$

Solución:

$$5x = 8x - 15,$$

$$\Rightarrow 5x - 8x = -15 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow -3x = -15 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore x = 5 \quad \{\text{multiplicando ambos miembros de la ecuación por } -3\}.$$

2. $4x + 1 = 2$

Solución:

$$4x + 1 = 2,$$

$$\Rightarrow 4x = 2 - 1 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow 4x = 1 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore x = \frac{1}{4} \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 4\}.$$

3. $y - 5 = 3y - 25$

Solución:

$$y - 5 = 3y - 25,$$

$$\Rightarrow y - 3y = -25 + 5 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow -2y = -20 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore y = 10 \quad \{\text{multiplicando ambos miembros de la ecuación por } -3\}.$$

4. $5x + 6 = 10x + 5$

Solución:

$$\begin{aligned} & 5x + 6 = 10x + 5, \\ \Rightarrow & 5x - 10x = 5 - 6 \quad \text{(transponiendo)}, \\ \Rightarrow & -5x = -1 \quad \text{(reduciendo);} \\ \therefore & x = \frac{1}{5} \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por } -5\text{)}. \end{aligned}$$

5. $9y - 11 = -10 + 12y$

Solución:

$$\begin{aligned} & 9y - 11 = -10 + 12y, \\ \Rightarrow & 9y - 12y = -10 + 11 \quad \text{(transponiendo)}, \\ \Rightarrow & -3y = 1 \quad \text{(reduciendo);} \\ \therefore & y = -\frac{1}{3} \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por } -3\text{)}. \end{aligned}$$

6. $21 - 6x = 27 - 8x$

Solución:

$$\begin{aligned} & 21 - 6x = 27 - 8x, \\ \Rightarrow & -6x + 8x = 27 - 21 \quad \text{(transponiendo)}, \\ \Rightarrow & 2x = 6 \quad \text{(reduciendo);} \\ \therefore & x = 3 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 2\text{)}. \end{aligned}$$

7. $11x + 5x - 1 = 65x - 36$

Solución:

$$\begin{aligned} & 11x + 5x - 1 = 65x - 36, \\ \Rightarrow & 16x - 1 = 65x - 36 \quad \text{(reduciendo)}, \\ \Rightarrow & 16x - 65x = -36 + 1 \quad \text{(transponiendo)}, \\ \Rightarrow & -49x = -35 \quad \text{(reduciendo);} \\ \Rightarrow & x = \frac{35}{49} \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por } -49\text{);} \\ \therefore & x = \frac{5}{7} \end{aligned}$$

Ecuaciones enteras de primer grado

Resolución de ecuaciones de primer grado con signos de agrupación

Procedimiento

1. Se suprimen ("destruyen") los signos de agrupación, comenzando por los más internos
2. Se reducen términos semejantes
3. Se hace la transposición de términos, los que contengan la incógnita se ubican en el miembro izquierdo, y los que carezcan de ella en el derecho
4. Se reducen términos semejantes
5. Se despeja la incógnita, dividiendo ambos miembros de la ecuación por el coeficiente de la incógnita, y se simplifica.

Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $x - (2x + 1) = 8 - (3x + 3)$

Solución:

$$\begin{aligned} & x - (2x + 1) = 8 - (3x + 3), \\ \Rightarrow & x - 2x - 1 = 8 - 3x - 3 \quad \{\text{destruyendo paréntesis}\}, \\ \Rightarrow & -x - 1 = 5 - 3x \quad \{\text{reduciendo}\}, \\ \Rightarrow & -x + 3x = 5 + 1 \quad \{\text{transponiendo}\}, \\ \Rightarrow & 2x = 6 \quad \{\text{reduciendo}\}; \\ \therefore & x = 3 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2}\}. \end{aligned}$$

2. $15x - 10 = 6x - (x + 2) + (-x + 3)$

Solución:

$$\begin{aligned} & 15x - 10 = 6x - (x + 2) + (-x + 3), \\ \Rightarrow & 15x - 10 = 6x - x - 2 - x + 3 \quad \{\text{destruyendo paréntesis}\}, \\ \Rightarrow & 15x - 10 = 4x + 1 \quad \{\text{reduciendo}\}, \\ \Rightarrow & 15x - 4x = 1 + 10 \quad \{\text{transponiendo}\}, \\ \Rightarrow & 11x = 11 \quad \{\text{reduciendo}\}; \\ \therefore & x = 1 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por 11}\}. \end{aligned}$$

3. $(5 - 3x) - (-4x + 6) = (8x + 11) - (3x - 6)$

Solución:

$$\begin{aligned} & (5 - 3x) - (-4x + 6) = (8x + 11) - (3x - 6), \\ \Rightarrow & 5 - 3x + 4x - 6 = 8x + 11 - 3x + 6 \quad \{\text{destruyendo paréntesis}\}, \\ \Rightarrow & -1 + x = 5x + 17 \quad \{\text{reduciendo}\}, \\ \Rightarrow & x - 5x = 17 + 1 \quad \{\text{transponiendo}\}, \\ \Rightarrow & -4x = 18 \quad \{\text{reduciendo}\}, \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{18}{4} = -\frac{18}{\cancel{4}^2} \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por } -4\text{);}$$

$$\therefore x = -\frac{9}{2} \quad \text{(simplificando).}$$

$$4. 30x - (-x + 6) + (-5x + 4) = -(5x + 6) + (-8 + 3x)$$

Solución:

$$30x - (-x + 6) + (-5x + 4) = -(5x + 6) + (-8 + 3x),$$

$$\Rightarrow 30x + x - 6 - 5x + 4 = -5x - 6 - 8 + 3x \quad \text{(destruyendo paréntesis),}$$

$$\Rightarrow 26x - 2 = -2x - 14 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow 26x + 2x = -14 + 2 \quad \text{(transponiendo),}$$

$$\Rightarrow 28x = -12 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{12}{28} = -\frac{12}{\cancel{28}^7} \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 28\text{);}$$

$$\therefore x = -\frac{3}{7} \quad \text{(simplificando).}$$

$$5. 15x + (-6x + 5) - 2 - (-x + 3) = -(7x + 23) - x + (3 - 2x)$$

Solución:

$$15x + (-6x + 5) - 2 - (-x + 3) = -(7x + 23) - x + (3 - 2x),$$

$$\Rightarrow 15x - 6x + 5 - 2 + x - 3 = -7x - 23 - x + 3 - 2x \quad \text{(destruyendo paréntesis),}$$

$$\Rightarrow 10x = -10x - 20 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow 10x + 10x = -20 \quad \text{(transponiendo),}$$

$$\Rightarrow 20x = -20 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = -1 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por } -20\text{).}$$

$$6. 3x + [-5x - (x + 3)] = 8x + (-5x - 9)$$

Solución:

$$3x + [-5x - (x + 3)] = 8x + (-5x - 9),$$

$$\Rightarrow 3x + [-5x - x - 3] = 8x - 5x - 9 \quad \text{(destruyendo los paréntesis),}$$

$$\Rightarrow 3x + [-6x - 3] = 3x - 9 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow 3x - 6x - 3 = 3x - 9 \quad \text{(destruyendo corchetes),}$$

$$\Rightarrow -3x - 3 = 3x - 9 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow -3x - 3x = -9 + 3 \quad \text{(transponiendo),}$$

$$\Rightarrow -6x = -6 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = 1 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por } -6\text{).}$$

$$7. 16x - [3x - (6 - 9x)] = 30x + [-(3x + 2) - (x + 3)]$$

Solución:

$$\begin{aligned}
 & 16x - [3x - (6 - 9x)] = 30x + [-(3x + 2) - (x + 3)], \\
 \Rightarrow & 16x - [3x - 6 + 9x] = 30x + [-3x - 2 - x - 3] \quad \{\text{destruyendo paréntesis}\}, \\
 \Rightarrow & 16x - [12x - 6] = 30x + [-4x - 5] \quad \{\text{reduciendo}\}, \\
 \Rightarrow & 16x - 12x + 6 = 30x - 4x - 5 \quad \{\text{destruyendo corchetes}\}, \\
 \Rightarrow & 4x + 6 = 26x - 5 \quad \{\text{reduciendo}\}, \\
 \Rightarrow & 4x - 26x = -5 - 6 \quad \{\text{transponiendo}\}, \\
 \Rightarrow & -22x = -11 \quad \{\text{reduciendo}\}, \\
 \Rightarrow & x = \frac{11}{22} = \frac{\cancel{11}}{\cancel{22}^2} \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } -22\}, \\
 \therefore & x = \frac{1}{2} \quad \{\text{simplificando}\}.
 \end{aligned}$$

Ecuaciones enteras de primer grado

Resolución de ecuaciones de primer grado con productos indicados

Procedimiento

1. Se efectúan los productos indicados
2. Se reducen términos semejantes
3. Se hace la transposición de términos, los que contengan la incógnita se ubican en el miembro izquierdo, y los que carezcan de letras en el derecho
4. Se reducen términos semejantes
5. Se despeja la incógnita, dividiendo ambos miembros de la ecuación por el coeficiente de la incógnita, y se simplifica.

Resolver las siguientes ecuaciones:

$$1. x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3)$$

Solución:

Efectuemos los productos indicados:

$$\begin{aligned}
 & x + 3x - 3 = 6 - 8x - 12, \\
 \Rightarrow & 4x - 3 = -6 - 8x \quad \{\text{reduciendo}\}, \\
 \Rightarrow & 4x + 8x = -6 + 3 \quad \{\text{transponiendo}\}, \\
 \Rightarrow & 12x = -3 \quad \{\text{reduciendo}\}, \\
 \Rightarrow & x = -\frac{3}{12} \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 12\}, \\
 \therefore & x = -\frac{1}{4} \quad \{\text{simplificando}\}.
 \end{aligned}$$

2. $5(x-1) + 16(2x+3) = 3(2x-7) - x$

Solución:

$$5(x-1) + 16(2x+3) = 3(2x-7) - x$$

Efectuemos los productos indicados:

$$5x - 5 + 32x + 48 = 6x - 21 - x,$$

$$\Rightarrow 37x + 43 = 5x - 21 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow 37x - 5x = -21 - 43 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow 32x = -64 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore x = -2 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 32\}.$$

3. $2(3x+3) - 4(5x-3) = x(x-3) - x(x+5)$

Solución:

$$2(3x+3) - 4(5x-3) = x(x-3) - x(x+5)$$

Efectuemos los productos indicados:

$$6x + 6 - 20x + 12 = \cancel{x^2} - 3x - \cancel{x^2} - 5x,$$

$$\Rightarrow -14x + 18 = -8x \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow -14x + 8x = -18 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow -6x = -18 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\therefore x = 3 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } -6\}.$$

4. $184 - 7(2x+5) = 301 + 6(x-1) - 6$

Solución:

$$184 - 7(2x+5) = 301 + 6(x-1) - 6$$

Efectuemos los productos indicados:

$$184 - 14x - 35 = 301 + 6x - 6 - 6,$$

$$\Rightarrow 149 - 14x = 289 + 6x \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow -14x - 6x = 289 - 149 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow -20x = 140 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\therefore x = -7 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } -20\}.$$

5. $7(18-x) - 6(3-5x) = -(7x+9) - 3(2x+5) - 12$

Solución:

Efectuemos los productos indicados:

$$126 - 7x - 18 + 30x = -7x - 9 - 6x - 15 - 12,$$

$$\Rightarrow 108 + 23x = -13x - 36 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow 23x + 13x = -36 - 108 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow 36x = -144 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore x = -4 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 36\}.$$

6. $3x(x-3) + 5(x+7) - x(x+1) - 2(x^2+7) + 4 = 0$

Solución:

$$3x(x-3) + 5(x+7) - x(x+1) - 2(x^2+7) + 4 = 0$$

Efectuemos los productos indicados:

$$3x^2 - 9x + 5x + 35 - x^2 - x - 2x^2 - 14 + 4 = 0,$$

$$\Rightarrow -5x + 25 = 0 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow -5x = -25 \quad \text{(transponiendo),}$$

$$\therefore x = 5 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por } -5\text{).}$$

7. $-3(2x+7) + (-5x+6) - 8(1-2x) - (x-3) = 0$

Solución:

$$-3(2x+7) + (-5x+6) - 8(1-2x) - (x-3) = 0$$

Efectuemos los productos indicados:

$$-6x - 21 - 5x + 6 - 8 + 16x - x + 3 = 0,$$

$$\Rightarrow 4x - 20 = 0 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow 4x = 20 \quad \text{(transponiendo),}$$

$$\therefore x = 5 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 4\text{).}$$

Miscelánea

Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $14x - (3x - 2) - [5x + 2 - (x - 1)] = 0$

Solución:

$$14x - (3x - 2) - [5x + 2 - (x - 1)] = 0,$$

$$14x - 3x + 2 - [5x + 2 - x + 1] = 0 \quad \text{(destruyendo paréntesis),}$$

$$\Rightarrow 11x + 2 - [4x + 3] = 0 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow 11x + 2 - 4x - 3 = 0 \quad \text{(destruyendo corchetes),}$$

$$\Rightarrow 7x - 1 = 0 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow 7x = 1 \quad \text{(transponiendo);}$$

$$\therefore x = \frac{1}{7} \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 7\text{).}$$

2. $(3x - 7)^2 - 5(2x + 1)(x - 2) = -x^2 - [-(3x + 1)]$

Solución:

$$\begin{aligned} & (3x - 7)^2 - 5(2x + 1)(x - 2) = -x^2 - [-(3x + 1)], \\ & 9x^2 - 42x + 49 - 10x^2 + 15x + 10 = -x^2 - [-3x - 1] \quad \text{(destruyendo paréntesis),} \\ \Rightarrow & -x^2 - 27x + 59 = -x^2 - [-3x - 1] \quad \text{(reduciendo),} \\ \Rightarrow & -x^2 - 27x + 59 = -x^2 + 3x + 1 \quad \text{(destruyendo corchetes),} \\ \Rightarrow & -x^2 + x^2 - 27x - 3x = 1 - 59 \quad \text{(transponiendo),} \\ \Rightarrow & -30x = -58 \quad \text{(reduciendo),} \\ \Rightarrow & x = \frac{-58}{-30} \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por } -30\text{);} \\ \therefore & x = \frac{29}{15} \quad \text{(simplificando).} \end{aligned}$$

3. $6x - (2x + 1) = -(-5x + [-(2x - 1)])$

Solución:

$$\begin{aligned} & 6x - (2x + 1) = -(-5x + [-(2x - 1)]), \\ & 6x - 2x - 1 = -(-5x + [2x + 1]) \quad \text{(destruyendo paréntesis),} \\ \Rightarrow & 4x - 1 = -(-5x + [2x + 1]) \quad \text{(reduciendo),} \\ \Rightarrow & 4x - 1 = -(-5x + 2x + 1) \quad \text{(destruyendo corchetes),} \\ \Rightarrow & 4x - 1 = -(-3x + 1) \quad \text{(reduciendo),} \\ \Rightarrow & 4x - 1 = 3x - 1 \quad \text{(destruyendo llaves),} \\ \Rightarrow & 4x - 3x = -1 + 1 \quad \text{(transponiendo);} \\ \therefore & x = 0 \quad \text{(reduciendo).} \end{aligned}$$

¡Problemas sobre ecuaciones enteras de primer grado con una incógnita

Ejercicios sobre notación algebraica

1. Escribese la suma de a , b y m .

Solución:

$$a + b + m.$$

2. Escribese la suma del cuadrado de m , el cubo de b y la cuarta parte de x .

Solución:

Sea

$$m^2 : \text{cuadrado de } m$$

$$b^3 : \text{cubo de } b$$

$$x^4 : \text{cuarta potencia de } x$$

De tal manera que:

$$m^2 + b^3 + x^4 : \text{expresión pedida}$$

3. Siendo a un número entero, escríbanse los dos números enteros consecutivos posteriores a a .

Solución:

Para hallar un número entero consecutivo y posterior a otro basta con sumar uno al primer número
Sea

a : número dado

De tal manera que:

$\left. \begin{array}{l} a+1 \\ a+2 \end{array} \right\}$: números buscados.

4. Siendo x un número entero, escríbanse los dos números consecutivos anteriores a x .

Solución:

Para hallar un número entero anterior a otro basta con restar uno al primer número

Sea

x : número dado

De tal manera que:

$\left. \begin{array}{l} x-1 \\ x-2 \end{array} \right\}$: números buscados.

5. Siendo y un número entero par, escríbanse los tres números pares consecutivos posteriores a y .

Solución:

Los números pares son de la forma $2k$, donde k pertenece a los enteros. Para escribir los números pares consecutivos a un número dado, basta con sumar dos unidades a éste número

Sea

y : número dado

De tal manera que:

$\left. \begin{array}{l} y+2 \\ y+4 \\ y+6 \end{array} \right\}$: números buscados.

6. Pedro tenía \$ a , cobró \$ x y le regalaron \$ m . ¿Cuánto tiene Pedro?

Solución:

Por convención, en álgebra, los *haberes* se escriben con el signo +, y son haberes lo que uno tiene, lo que a uno le pagan y lo que le regalan.

De tal manera que:

$a + x + m$: dinero que tiene Pedro en pesos

$\$(a + x + m)$.

7. Escríbase la diferencia entre m y n .

Solución:

Recordemos que la diferencia entre dos números se halla mediante la resta de los mismos; y el símbolo utilizado para denotar esta operación es el $-$

De tal manera que:

$m - n$: diferencia entre m y n .

8. Debía x bolívares y pagué 6. ¿Cuánto debo ahora?

Solución:

Sea

x : deuda en bolívares que Ud. tiene

Al pagar parte del dinero de una deuda la deuda queda disminuida en ese mismo monto

De tal manera que:

$x - 6$: deuda, en bolívares que Ud. tiene

$bs.(x - 6)$.

9. De una jornada de x Km. ya se han recorrido m Km. ¿Cuánto falta por andar?

Solución:

$x - m$: la diferencia entre el kilometraje total y el kilometraje recorrido da la distancia que falta por recorrer

Respuesta: faltan por andar $(x - m)$ Km.

10. Recibo $\$x$ y después $\$a$. Si gasto $\$m$, ¿cuánto me queda?

Solución:

$x + a$: dinero que Ud. recibe en la presente transacción, en pesos

m : dinero que gasta

$x + a - m$: diferencia entre el dinero recibido y el gastado

De tal manera que:

$\$(x + a - m)$: dinero que a Ud. le queda.

Problemas sobre ecuaciones enteras de primer grado con una incógnita

1. La suma de dos números es 106 y el mayor excede al menor en 8. Hallar los números.

Solución:

Sea

x : # menor

$x - 8$: # mayor

De tal manera que:

$$x + (x - 8) = 106,$$

$$\Rightarrow x + x - 8 = 106 \quad \{\text{destruyendo paréntesis}\},$$

$$\Rightarrow 2x - 8 = 106 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow 2x = 106 + 8 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow 2x &= 114 && \text{(reduciendo);} \\ \therefore x &= 57 && \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2)} \\ \text{y } x - 8 &= 57 - 8 = 49\end{aligned}$$

Respuesta: los números buscados son 49 y 57.

2. La suma de dos números es 540 y su diferencia es 32. Hallar los números.

Solución:

Sea

$$\begin{aligned}x &: \text{ \# mayor} \\ x - 32 &: \text{ \# menor}\end{aligned}$$

De tal manera que:

$$\begin{aligned}x + (x - 32) &= 540, \\ \Rightarrow x + x - 32 &= 540 && \text{(destruyendo paréntesis),} \\ \Rightarrow 2x - 32 &= 540 && \text{(reduciendo),} \\ \Rightarrow 2x &= 540 + 32 && \text{(transponiendo),} \\ \Rightarrow 2x &= 572 && \text{(reduciendo);} \\ \therefore x &= 286 && \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2)} \\ \text{y } x - 32 &= 286 - 32 = 254\end{aligned}$$

Respuesta: los números buscados son 254 y 286.

3. Entre A y B tienen 1154 bolívares y B tiene 506 menos que A. ¿Cuánto tiene cada uno?

Solución:

Sea

$$\begin{aligned}x &: \text{ dinero que tiene A, en bolívares} \\ x - 506 &: \text{ dinero que tiene B, en bolívares}\end{aligned}$$

De tal manera que:

$$\begin{aligned}x + (x - 506) &= 1154, \\ \Rightarrow x + x - 506 &= 1154 && \text{(destruyendo paréntesis),} \\ \Rightarrow 2x - 506 &= 1154 && \text{(reduciendo),} \\ \Rightarrow 2x &= 1154 + 506 && \text{(transponiendo),} \\ \Rightarrow 2x &= 1660 && \text{(reduciendo);} \\ \therefore x &= 830 && \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2)} \\ \text{y } x - 506 &= 830 - 506 = 324\end{aligned}$$

Respuesta: A tiene 830 bs. y B tiene 324 bs.

4. Dividir el número 106 en dos partes tales que la mayor exceda a la menor en 24.

Solución:

Sea

x : parte mayor

$x - 24$: parte menor

De tal manera que:

$$x + (x - 24) = 106,$$

$$\Rightarrow x + x - 24 = 106 \quad \{\text{destruyendo paréntesis}\},$$

$$\Rightarrow 2x - 24 = 106 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow 2x = 106 + 24 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow 2x = 130 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore x = 65 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2}\}$$

$$\text{y } x - 24 = 65 - 24 = 41$$

Respuesta: Las partes en las que hay que dividir al número 106 son, respectivamente, 41 y 65.

5. A tiene 14 años menos que B y ambas edades suman 56 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

Solución:

Sea

x : Edad de B

$x - 14$: Edad de A

De tal manera que:

$$x + (x - 14) = 56,$$

$$\Rightarrow x + x - 14 = 56 \quad \{\text{destruyendo paréntesis}\},$$

$$\Rightarrow 2x - 14 = 56 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow 2x = 56 + 14 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow 2x = 70 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore x = 35 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2}\}$$

$$\text{y } x - 14 = 35 - 14 = 21$$

Respuesta: A tiene 21 años de edad, y B tiene 35 años.

6. Repartir 1080 soles entre A y B de modo que A reciba 1014 más que B

Solución:

Sea

x : cantidad que recibe B

$x + 1014$: cantidad que recibe A

De tal manera que:

$$x + (x + 1014) = 1080,$$

$$\Rightarrow x + x + 1014 = 1080 \quad \{\text{destruyendo paréntesis}\},$$

$$\Rightarrow 2x - 1014 = 1080 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow 2x = 1080 - 1014 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow 2x = 66 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore x = 33 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2}\}$$

$$\text{y } x + 1014 = 33 + 1014 = 1047$$

7. Hallar dos números enteros consecutivos cuya suma sea 103.

Solución:

Sea

x : # menor

$x + 1$: # mayor

De tal manera que:

$$x + (x + 1) = 103,$$

$$\Rightarrow x + x + 1 = 103 \quad \{\text{destruyendo paréntesis}\},$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = 103 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow 2x = 103 - 1 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow 2x = 102 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore x = 51 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2}\}$$

$$\text{y } x + 1 = 51 + 1 = 52$$

Respuesta: los números son 51 y 52.

17. La suma de las edades de tres personas es 88 años. La mayor tiene 20 años más que la menor y la del medio 18 años menos que la mayor. Hallar las edades respectivas.

Solución:

Sea

x : edad de la persona mayor

$x - 20$: edad de la menor

$x - 18$: edad de la del medio

De tal manera que:

$$x + x - 20 + x - 18 = 88,$$

$$\Rightarrow 3x - 38 = 88 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow 3x = 126 \quad \{\text{sumando 38 en ambos miembros de la ecuación}\};$$

$$\therefore x = 42 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por 3}\}$$

$$\text{y } x - 20 = 42 - 20 = 22$$

$$\text{y } x - 18 = 42 - 18 = 24$$

Respuesta: la persona mayor tiene 42 años, la del medio 24 años y la menor 22 años.

Problemas sobre ecuaciones enteras de primer grado con una incógnita

1. La edad de Pedro es el triple de la Juan y ambas edades suman 140 años. Hallar ambas edades.

Solución:

Sea

x : edad de Juan

$3x$: Edad de Pedro

De tal manera que:

$$x + 3x = 40,$$

$$\Rightarrow 4x = 40 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = 10 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 4)}$$

$$\text{y } 3x = 3(10) = 30$$

Respuesta: Juan tiene 10 años de edad y Pedro tiene 30.

2. Se ha comprado un caballo y sus arreos por \$600. Si el caballo costó 4 veces los arreos, ¿cuánto costó el caballo y cuánto los arreos?

Solución:

Sea

x : costo de los arreos

$4x$: costo del caballo

De tal manera que:

$$x + 4x = 600,$$

$$\Rightarrow 5x = 600 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = 120 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 5)}$$

$$\text{y } 4x = 4(120) = 480$$

Respuesta: el caballo costó \$480 y los arreos \$120.

3. En un hotel de dos pisos hay 48 habitaciones. Si las habitaciones del segundo piso son la mitad de las del primero, ¿cuántas habitaciones hay en cada piso?

Solución:

Sea

$$\left. \begin{array}{l} x: \# \text{ de habitaciones del segundo piso} \\ 2x: \# \text{ de habitaciones del primer piso} \end{array} \right\} x \text{ es la mitad de } 2x$$

De tal manera que:

$$x + 2x = 48,$$

$$\Rightarrow 3x = 48 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = 16 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 3)}$$

$$\text{y } 2x = 2(16) = 32$$

Respuesta: en el primer piso hay 32 habitaciones y en el segundo 16 habitaciones.

4. Repartir 300 colones entre A, B y C de modo que la parte de B sea doble de la de A y la de C el triplo de la de A.

Solución:

Sea

x : parte de A

$2x$: parte de B

$3x$: parte de C

De tal manera que:

$$x + 2x + 3x = 300,$$

$$\Rightarrow 6x = 300 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = 50 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 6)}$$

$$\text{y } 2x = 100$$

$$\text{y } 3x = 150$$

Respuesta: la repartición debe hacerse de la siguiente manera, para A, 50 colones; para B, 100 colones; para C, 150 colones.

5. Repartir 133 sucres entre A, B y C de modo que la parte de A sea la mitad de la de B y la de C el doble de la de B

Solución:

Sea

x : parte de A

$2x$: parte de B

$2(2x) = 4x$: parte de C

De tal manera que:

$$x + 2x + 4x = 133,$$

$$\Rightarrow 7x = 133 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = 19 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 7)}$$

$$\text{y } 2x = 38$$

$$\text{y } 4x = 76$$

Respuesta: a A le tocan 19 sucres, a B 38 sucres y C 76 sucres.

6. El mayor de dos números es 6 veces el menor y ambos números suman 147. Hallar los números.

Solución:

Sea

x : # menor

$6x$: # mayor

De tal manera que:

$$x + 6x = 147,$$

$$\Rightarrow 7x = 147 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = 21 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 7)}$$

$$\text{y } 6x = 126$$

Respuesta: los números son 21 y 126.

7. Repartir 140 quetzales entre A, B y C de modo que la parte de B sea la mitad de la de A y un cuarto de la de C.

Solución:

Sea

$$\left. \begin{array}{l} x: \text{ parte de B} \\ 2x: \text{ parte de A} \\ 4x: \text{ parte de C} \end{array} \right\} : x \text{ es la mitad de } 2x \text{ y la cuarta parte de } 4x$$

De tal manera que:

$$x + 2x + 4x = 140,$$

$$\Rightarrow 7x = 140 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore x = 20 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 7\}$$

$$\text{y } 2x = 40$$

$$\text{y } 4x = 80$$

Respuesta: la repartición debe hacerse de la siguiente manera, para A, 40 quetzales; para B, 20 quetzales; para C, 80 quetzales.

14. La edad de Enrique es la mitad de la de Pedro; la de Juan el triplo de la de Enrique y la de Eugenio el doble de la de Juan. Si las cuatro edades suman 132 años, ¿qué edad tiene cada uno?

Solución:

Sea

x : edad de Enrique

$2x$: edad de Pedro (x es la mitad de $2x$)

$3x$: edad de Juan

$2(3x) = 6x$: edad de Eugenio

De tal manera que:

$$x + 2x + 3x + 6x = 132,$$

$$\Rightarrow 12x = 132 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow x = \frac{132}{12} \quad \{\text{dividiendo cada miembro de la ecuación entre } 12\};$$

$$\therefore x = 11 \quad \{\text{simplificando}\}$$

$$\text{y } 2x = 2(11) = 22$$

$$\text{y } 3x = 3(11) = 33$$

$$\text{y } 6x = 6(11) = 66$$

Respuesta: Enrique tiene 11 años de edad; Pedro, 22; Juan, 33; y Eugenio, 66.

Problemas sobre ecuaciones enteras de primer grado con una incógnita

1. Dividir 254 en tres partes tales que la segunda sea el triple de la primera y 40 unidades mayor que la tercera.

Solución:

Sea

x : primera parte

$3x$: segunda parte

$3x - 40$: tercera parte

De tal manera que:

$$x + 3x + 3x - 40 = 254,$$

$$\Rightarrow 7x - 40 = 254 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow 7x = 254 + 40 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow 7x = 294 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore x = 42 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por 7}\}$$

$$y \quad 3x = 3(42) = 126$$

$$y \quad 3x - 40 = 126 - 40 = 86$$

Respuesta: para cumplir los requisitos del problema, se debe dividir 254 en las partes respectivas, 42, 126 y 86.

2. Entre A, B y C tienen 130 balboas. C tiene el doble de lo que tiene A y 15 balboas menos que B.

¿Cuánto tiene cada uno?

Solución:

Sea

x : dinero que tiene A, en balboas

$2x$: dinero que tiene C, en balboas

$2x + 15$: dinero que tiene B, en balboas

De tal manera que:

$$x + 2x + 2x + 15 = 130,$$

$$\Rightarrow 5x + 15 = 130 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow 5x = 130 - 15 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow 5x = 115 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore x = 23 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por 5}\}$$

$$y \quad 2x = 2(23) = 46$$

$$y \quad 2x + 15 = 46 + 15 = 61$$

Respuesta: A tiene 23 balboas, B 61 balboas y C 46 balboas.

3. La suma de tres números es 238. El primero excede al duplo del segundo en 8 y al tercero en 18. Hallar los números.

Solución:

Sea

x : segundo número

$2x + 8$: primer número

$(2x + 8) - 18 = 2x - 10$: tercer número

De tal manera que:

$$x + (2x + 8) + (2x - 10) = 238,$$

$$\Rightarrow 5x - 2 = 238 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow 5x = 240 \quad \text{(sumando 2 en ambos miembros de la ecuación);}$$

$$\therefore x = 48 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 5)}$$

$$y \quad 2x + 8 = 2(48) + 8 = 96 + 8 = 104$$

$$y \quad 2x - 10 = 2(48) - 10 = 96 - 10 = 86$$

Respuesta: los números son 104, 48 y 86.

4. Se ha comprado un traje, un bastón y un sombrero por \$259. El traje costó 8 veces lo que el sombrero y el bastón \$30 menos que el traje. Hallar los precios respectivos.

Solución:

Sea

x : precio del sombrero

$8x$: precio del traje

$8x - 30$: precio del bastón

De tal manera que:

$$x + 8x + 8x - 30 = 259,$$

$$\Rightarrow 17x - 30 = 259 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow 17x = 259 + 30 \quad \text{(transponiendo),}$$

$$\Rightarrow 17x = 289 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = 17 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 17)}$$

$$y \quad 8x = 3(17) = 136$$

$$y \quad 8x - 30 = 136 - 30 = 106$$

Respuesta: el traje costó \$136, el bastón \$106 y el sombrero \$17.

5. La suma de tres números es 72. El segundo es $1/5$ del tercero y el primero excede al tercero en 6. Hallar los números.

Solución:

Sea

x : segundo número

$5x$: tercer número

$5x + 6$: primer número

De tal manera que:

$$\begin{aligned}x + 5x + 5x + 6 &= 72, \\ \Rightarrow 11x + 6 &= 72 \quad \text{(reduciendo),} \\ \Rightarrow 11x &= 72 - 6 \quad \text{(transponiendo),} \\ \Rightarrow 11x &= 66 \quad \text{(reduciendo);} \\ \therefore x &= 6 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 11)} \\ y \quad 5x &= 5(6) = 30 \\ y \quad 5x + 6 &= 30 + 6 = 36\end{aligned}$$

Respuesta: los números son, respectivamente, 36, 6 y 30.

6. Entre A y B tienen 99 bolívares. La parte de B excede al triplo de la de A en 19. Hallar la parte de cada uno.

Solución:

Sea

$$\begin{aligned}x &: \text{ parte de A} \\ 3x + 19 &: \text{ parte de B}\end{aligned}$$

De tal manera que:

$$\begin{aligned}x + 3x + 19 &= 99, \\ \Rightarrow 4x + 19 &= 99 \quad \text{(reduciendo),} \\ \Rightarrow 4x &= 80 \quad \text{(restando 19 en ambos miembros de la ecuación);} \\ \therefore x &= 20 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 4)} \\ y \quad 3x + 19 &= 3(20) + 19 = 60 + 19 = 79\end{aligned}$$

Respuesta: A tiene 20 bolívares y B 79 bolívares.

7. Una varilla de 74 cm. de longitud se ha pintado de azul y blanco. La parte pintada de azul excede en 14 cm. al duplo de la parte pintada de blanco. Hallar la longitud de la parte pintada de cada color.

Solución:

Sea

$$\begin{aligned}x &: \text{ parte pintada de blanco} \\ 2x + 14 &: \text{ parte pintada de azul}\end{aligned}$$

De tal manera que:

$$\begin{aligned}x + 2x + 14 &= 74, \\ \Rightarrow 3x + 14 &= 74 \quad \text{(reduciendo),} \\ \Rightarrow 3x &= 60 \quad \text{(restando 14 en ambos miembros de la ecuación),} \\ \therefore x &= 20 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 3)} \\ y \quad 2x + 14 &= 2(20) + 14 = 40 + 14 = 54\end{aligned}$$

Respuesta: la parte pintada de azul mide 54 cm de longitud y la parte pintada de blanco 20 cm.

1. La suma de dos números es 100 y el duplo del mayor equivale al triplo del menor. Hallar los números.

Solución:

Sea

x : # menor

$100 - x$: # mayor

$3x$: triplo del # menor

$2(100 - x) = 200 - 2x$: duplo del número mayor

De tal manera que:

$$3x = 200 - 2x,$$

$$\Rightarrow 5x = 200 \quad \{\text{sumando } 2x \text{ en ambos miembros de la ecuación}\},$$

$$\Rightarrow x = 40 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 5\}$$

$$\text{y } 100 - x = 100 - 40 = 60$$

Respuesta: los números son 40 y 60.

2. Las edades de un padre y su hijo suman 60 años. Si la edad del padre se disminuyera en 15 años se tendría el doble de la edad del hijo. Hallar ambas edades.

Solución:

Sea

x : edad del hijo

$60 - x$: edad del padre

$60 - x - 15 = 45 - x$: edad del padre disminuida en 15 años

$2x$: doble de la edad del hijo

De tal manera que:

$$2x = 45 - x,$$

$$\Rightarrow 3x = 45 \quad \{\text{sumando } x \text{ en ambos miembros de la ecuación}\};$$

$$\therefore x = 15 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 3\}$$

$$\text{y } 60 - x = 60 - 15 = 45$$

Respuesta: el padre tiene 45 años y su hijo 15 años de edad.

3. Dividir 1080 en dos partes tales que la mayor disminuida en 132 equivalga a la menor aumentada en 100.

Solución:

Sea

x : parte mayor

$1080 - x$: parte menor

$x - 132$: parte mayor disminuida en 132

$(1080 - x) + 100 = 1180 - x$: parte menor aumentada en 100

De tal manera que:

$$x - 132 = 1180 - x,$$

$$\Rightarrow x + x = 1180 + 132 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow 2x = 1312 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore x = 656 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 2\}$$

$$\text{y } 1080 - x = 1080 - 656 = 424$$

Respuesta: las partes son, respectivamente, 424 y 656.

4. Entre A y B tienen 150 soles. Si A pierde 46, lo que le queda equivale a lo que tiene B. ¿Cuánto tiene cada uno?

Solución:

Sea

x : dinero que tiene A, en soles

$150 - x$: dinero que tiene B, en soles

$x - 46$: dinero que le queda a A, después de perder 46 soles

De tal manera que:

$$x - 46 = 150 - x,$$

$$\Rightarrow x + x = 150 + 46 \quad \text{(transponiendo),}$$

$$\Rightarrow 2x = 196 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow x = 98 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2)}$$

$$\text{y } 150 - x = 150 - 98 = 52$$

Respuesta: A tiene 98 soles y B tiene 52 soles.

5. Dos ángulos suman 180° y el duplo del menor excede en 45° al mayor. Hallar los ángulos.

Solución:

Sea

x : ángulo menor

$180 - x$: ángulo mayor

$2x$: duplo del menor

De tal manera que:

$$2x - 45 = 180 - x,$$

$$\Rightarrow 2x + x = 180 + 45 \quad \text{(transponiendo),}$$

$$\Rightarrow 3x = 225 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = 75 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 3)}$$

$$\text{y } 180 - x = 180 - 75 = 105$$

Respuesta: los ángulos miden, respectivamente, 75° y 105° .

6. La suma de dos números es 540 y el mayor excede al triplo del menor en 88. Hallar los números.

Solución:

Sea

x : # menor

$540 - x$: # mayor

$3x$: triplo del menor

De tal manera que:

$$3x + 88 = 540 - x,$$

$$\Rightarrow 3x + x = 540 - 88 \quad \text{(transponiendo),}$$

$$\Rightarrow 4x = 452 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = 113 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 4)}$$

$$\text{y } 540 - x = 540 - 113 = 427$$

Respuesta: los números son 113 y 427.

7. La diferencia de dos números es 36. Si el mayor se disminuye en 12 se tiene el cuádruplo del menor.

Hallar los números

Solución:

Sea

x : # menor

$x + 36$: # mayor

$4x$: cuádruplo del # menor

De tal manera que:

$$4x = (x + 36) - 12,$$

$$\Rightarrow 4x = x + 24 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow 3x = 24 \quad \{\text{restando } x \text{ en ambos miembros de la ecuación}\},$$

$$\Rightarrow x = 8 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 3\}$$

$$\text{y } x + 36 = 8 + 36 = 44$$

Respuesta: los números buscados son 8 y 44.

Problemas sobre ecuaciones enteras

1. La edad actual de A es el doble que la de B, y hace 10 años la edad de A era el triplo de la de B. Hallar las edades actuales.

Hallar los números

Solución:

Sea

x : edad actual de B

$2x$: edad actual de A

$x - 10$: edad de B, hace 10 años

$3(x - 10)$: edad de A, hace 10 años

$2x - 10$: edad de A, hace 10 años

De tal manera que:

$$3(x - 10) = 2x - 10,$$

$$\Rightarrow 3x - 30 = 2x - 10 \quad \{\text{destruyendo paréntesis}\},$$

$$\Rightarrow 3x - 2x = -10 + 30 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\therefore x = 20 \quad \{\text{reduciendo}\}$$

$$\text{y } 2x = 2(20) = 40$$

Respuesta: actualmente, A tiene 40 años de edad y B tiene 20 años.

2. La edad de A es el triple que la de B y dentro de 5 años será el doble. Hallar las edades actuales.

Hallar los números

Solución:

Sea

x : edad actual de B

$3x$: edad actual de A

$x + 5$: edad de B, dentro de 5 años

$2(x + 5)$: edad de A, dentro de 5 años

$3x + 5$: edad de A, dentro de 5 años

De tal manera que:

$$3x + 5 = 2(x + 5),$$

$$\Rightarrow 3x + 5 = 2x + 10 \quad \{\text{destruyendo paréntesis}\},$$

$$\Rightarrow 3x - 2x = 10 - 5 \quad \{\text{transponiendo}\};$$

$$\therefore x = 5 \quad \{\text{reduciendo}\}$$

$$\text{y } 3x = 3(5) = 15$$

Respuesta: actualmente, A tiene 15 años de edad y B tiene 5 años.

3. A tiene doble dinero que B. Si A pierde \$10 y B pierde \$5, A tendrá \$20 más que B.

¿Cuánto tiene cada uno?

Solución:

Sea

x : dinero que posee actualmente B

$2x$: dinero que posee actualmente A

$x - 5$: dinero que tendría B, en caso que perdiera \$5

$2x - 10$: dinero que tendría A, en caso que perdiera \$10

De tal manera que:

$$2x - 10 = (x - 5) + 20,$$

$$\Rightarrow 2x - 10 = x + 15 \quad \{\text{destruyendo paréntesis y reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow 2x - x = 15 + 10 \quad \{\text{transponiendo}\};$$

$$\therefore x = 25 \quad \{\text{reduciendo}\}$$

$$\text{y } 2x = 2(25) = 50$$

Respuesta: actualmente, A tiene \$50 y B tiene \$25.

4. A tiene la mitad de lo que tiene B. Si A gana 66 colones y B pierde 90, A tendrá el doble de lo que le quede a B.
¿Cuánto tiene cada uno?

Solución:

Sea

x : dinero que actualmente tiene A, en colones

$2x$: dinero que actualmente tiene B, en colones

$x + 66$: dinero que tendría A, si ganara 66 colones

$2x - 90$: dinero que tendría B, si perdiera 90 colones

De tal manera que:

$$x + 66 = 2(2x - 90),$$

$$\Rightarrow x + 66 = 4x - 180 \quad \text{(destruyendo paréntesis),}$$

$$\Rightarrow x - 4x = -180 - 66 \quad \text{(transponiendo),}$$

$$\Rightarrow -3x = -246 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = 82 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por } -3)$$

$$\text{y } 2x = 2(82) = 164$$

Respuesta: actualmente, A tiene 82 colones y B tiene 164 colones.

5. En una clase el número de señoritas es $\frac{1}{3}$ del número de varones. Si ingresaran 20 señoritas y dejaran de asistir 10 varones, habría 6 señoritas más que varones. ¿Cuántos varones hay y cuántas señoritas?

Solución:

Sea

x : # de señoritas

$3x$: # de varones

$x + 20$: # de señoritas, en caso de que ingresaran 20 más

$3x - 10$: # de varones, en caso de que dejaran de asistir 10

De tal manera que:

$$3x - 10 = (x + 20) - 6,$$

$$\Rightarrow 3x - 10 = x + 14 \quad \text{(destruyendo paréntesis y reduciendo),}$$

$$\Rightarrow 3x - x = 14 + 10 \quad \text{(transponiendo),}$$

$$\Rightarrow 2x = 24 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = 12 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2)}$$

$$\text{y } 3x = 3(12) = 36$$

Respuesta: en la clase hay 12 señoritas y 36 varones.

6. La edad de un padre es el triplo de la edad de su hijo. La edad que tenía el padre hace 5 años era el duplo de la edad que tendrá su hijo dentro de 10 años. Hallar las edades actuales.

Solución:

Sea

x : edad del hijo

$3x$: edad del padre

$x + 10$: edad del hijo, dentro de 10 años

$3x - 5$: edad del padre, hace 5 años

$2(x + 10) = 2x + 20$: duplo de la edad que tendrá el hijo dentro de 10 años

De tal manera que:

$$3x - 5 = 2x + 20,$$

$$\Rightarrow 3x - 2x = 20 + 5 \quad \text{(transponiendo);}$$

$$\therefore x = 25 \quad \text{(reduciendo)}$$

$$\text{y } 3x = 3(25) = 75$$

Respuesta: actualmente, el padre tiene 75 años de edad y su hijo 25 años.

7. La suma de dos números es 85 y el número menor aumentado en 36 equivale al doble del mayor disminuido en 20. Hallar los números.

Solución:

Sea

x : # menor

$85 - x$: # mayor

$x + 36$: # menor aumentado en 36

$2(85 - x) - 20 = 170 - 2x - 20 = 150 - 2x$: doble del # mayor disminuido en 20

De tal manera que:

$$x + 36 = 150 - 2x,$$

$$\Rightarrow x + 2x = 150 - 36 \quad \text{(transponiendo),}$$

$$\Rightarrow 3x = 114 \quad \text{(reduciendo);}$$

$$\therefore x = 38 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 3)}$$

$$\text{y } 85 - x = 85 - 38 = 47$$

Respuesta: los números buscados son 38 y 47.

Problemas sobre ecuaciones enteras

1. Compré doble número de sombreros que de trajes por 702 balboas. Cada sombrero costó 2 y cada traje 50. ¿Cuántos sombreros y cuántos trajes compré?

Solución:

Sea

x : # de trajes que Ud. compró

$2x$: # de sombreros que Ud. compró

$50x$: costo total, en balboas, de los trajes

$2(2x) = 4x$: costo total, en balboas, de los sombreros

De tal manera que:

$$50x + 4x = 702,$$

$$\Rightarrow 54x = 702 \quad (\text{reduciendo});$$

$$\therefore x = 13 \quad (\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 54)$$

$$\text{y } 2x = 2(13) = 26$$

Respuesta: Ud. compró 26 sombreros y 12 trajes.

2. Un hacendado compró caballos y vacas por 40000 bolívares. Por cada caballo pagó 600 y por cada vaca 800.

Si compró 6 vacas menos que caballos, ¿cuántas vacas y cuántos caballos compró?

Solución:

Sea

x : # de vacas que compró el hacendado

$x + 6$: # de caballos que compró el hacendado

Como el precio total se obtiene efectuando el producto entre el número total de unidades y el precio unitario, se tiene:

$800x$: costo total de las vacas, en bolívares

$600(x + 6) = 600x + 3600$: costo total de los caballos, en bolívares

De tal manera que:

$$800x + (600x + 3600) = 40000,$$

$$\Rightarrow 1400x + 3600 = 40000 \quad (\text{reduciendo}),$$

$$\Rightarrow 1400x = 36400 \quad (\text{restando } 3600 \text{ en ambos miembros de la ecuación});$$

$$\therefore x = 26 \quad (\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 1400)$$

$$\text{y } x + 6 = 26 + 6 = 32$$

Respuesta: El hacendado compró 26 vacas y 32 caballos.

3. Un padre pone 16 problemas a su hijo con la condición de que por cada problema que resuelva el muchacho recibirá 12 cts. y por cada problema que no resuelva perderá 5 cts. Después de trabajar en los 16 problemas el muchacho recibe 73 cts. ¿Cuántos problemas resolvió y cuántos no resolvió?

Solución:

Sea

x : # de problemas que resolvió el muchacho

$16 - x$: # de problemas que no resolvió el muchacho

Como el precio total se obtiene efectuando el producto entre el número total de unidades y el precio unitario, se tiene:

$12x$: dinero que gana por los problemas resueltos, en cts.

$5(16 - x) = 80 - 5x$: dinero que pierde por los problemas no resueltos, en cts.

De tal manera que:

$$12x - (80 - 5x) = 73 \quad \text{(restamos la pérdida de la ganancia).}$$

$$\Rightarrow 12x - 80 + 5x = 73 \quad \text{(destruyendo paréntesis),}$$

$$\Rightarrow 17x - 80 = 73 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow 17x = 153 \quad \text{(sumando 80 en ambos miembros de la ecuación);}$$

$$\therefore x = 9 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 17)}$$

$$\text{y } 16 - x = 16 - 9 = 7$$

Respuesta: El muchacho resolvió 9 problemas, y dejó de resolver 7.

4. Un capataz contrata un obrero por 50 días pagándole \$3 por cada día de trabajo con la condición de que por cada día que el obrero deje de asistir al trabajo perderá \$2. Al cabo de los 50 días el obrero recibe \$90.

¿Cuántos días trabajó y cuántos no trabajó?

Solución:

Sea

x : # de días que trabajó el obrero

$50 - x$: # de días que dejó de trabajar el obrero

$3x$: dinero que el obrero gana por los días trabajados

$2(50 - x) = 100 - 2x$: dinero que el obrero pierde por incumplimiento

De tal manera que:

$$3x - (100 - 2x) = 90,$$

$$\Rightarrow 3x - 100 + 2x = 90 \quad \text{(destruyendo paréntesis),}$$

$$\Rightarrow 5x - 100 = 90 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow 5x = 190 \quad \text{(sumando 100 en ambos miembros de la ecuación);}$$

$$\therefore x = 38 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 5)}$$

$$\text{y } 50 - x = 50 - 38 = 12$$

Respuesta: el obrero trabajó 38 días y dejó de trabajar 12 días.

5. Un comerciante compró 35 trajes de a 30 quetzales y de a 25 quetzales pagando por todos Q.1015.

¿Cuántos trajes de cada precio compró?

Solución:

Sea

x : # de trajes de Q.30

$35 - x$: # de trajes de Q.25

$30x$: dinero pagado por los trajes de Q.30

$25(35 - x) = 875 - 25x$: dinero pagado por los trajes de Q.25

De tal manera que:

$$\begin{aligned} & 30x + 875 - 25x = 1015, \\ \Rightarrow & 5x + 875 = 1015 && \text{(reduciendo),} \\ \Rightarrow & 5x = 140 && \text{(restando 875 en ambos miembros de la ecuación);} \\ \therefore & x = 28 && \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 5)} \\ \text{y} & 35 - x = 35 - 28 = 7 \end{aligned}$$

Respuesta: el comerciante compró 28 trajes de Q.30 y 7 trajes de Q.25.

6. Un comerciante compró trajes de dos calidades por 1624 balboas. De la calidad mejor compró 32 trajes y de la calidad inferior 18. Si cada traje de la mejor calidad le costó 7 balboas más que cada traje de la calidad inferior, ¿cuál era el precio de un traje de cada calidad?

Solución:

Sea

$$\begin{aligned} x &: \text{ precio, en balboas, de un traje de calidad superior} \\ x - 7 &: \text{ precio, en balboas de un traje de inferior calidad} \\ 32x &: \text{ total pagado por los trajes de calidad superior} \\ 18(x - 7) = 18x - 126 &: \text{ total pagado por los trajes de calidad inferior} \end{aligned}$$

De tal manera que:

$$\begin{aligned} & 32x + 18x - 126 = 1624, \\ \Rightarrow & 50x - 126 = 1624 && \text{(reduciendo),} \\ \Rightarrow & 50x = 1750 && \text{(sumando 126 en ambos miembros de la ecuación);} \\ \therefore & x = 35 && \text{(dividiendo cada miembro de la ecuación por 50)} \\ \text{y} & x - 7 = 35 - 7 = 28 \end{aligned}$$

Respuesta: los trajes de calidad superior le costaron al comerciante 35 balboas cada uno, los de calidad inferior 28 balboas c/u.

7. Un muchacho compró triple número de lápices que de cuadernos. Cada lápiz le costó 5 cts. y cada cuaderno 6 cts. Si por todo pagó \$1.47, ¿cuántos lápices y cuántos cuadernos compró?

Solución:

Sea

$$\begin{aligned} x &: \# \text{ de cuadernos que compró el muchacho} \\ 3x &: \# \text{ de lápices que compró el muchacho} \\ 6x &: \text{ dinero total pagado por los cuadernos} \\ 5(3x) = 15x &: \text{ dinero total pagado por los lápices} \\ \$1.47 \Leftrightarrow 147 \text{ cts.} \end{aligned}$$

De tal manera que:

$$\begin{aligned} & 6x + 15x = 147, \\ \Rightarrow & 21x = 147 && \text{(reduciendo);} \\ \therefore & x = 7 && \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 21)} \\ \text{y} & 3x = 3(7) = 21 \end{aligned}$$

Respuesta: el muchacho compró 7 cuadernos y 21 lápices.

Miscelánea de problemas sobre ecuaciones enteras

1. Dividir 196 en tres partes tales que la segunda sea el duplo de la primera y la suma de las dos primeras exceda a la tercera en 20.

Solución:

Sea

x : primera parte

$2x$: segunda parte

$x + 2x = 3x$: suma de las dos primeras partes

$3x - 20$: tercera parte

De tal manera que:

$$x + 2x + 3x - 20 = 196,$$

$$\Rightarrow 6x - 20 = 196 \quad (\text{reduciendo}),$$

$$\Rightarrow 6x = 216 \quad (\text{sumando } 20 \text{ en ambos miembros de la ecuación});$$

$$\therefore x = 36 \quad (\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 6)$$

$$y \quad 2x = 2(36) = 72$$

$$y \quad 3x - 20 = 3(36) - 20 = 108 - 20 = 88$$

Respuesta: las partes en que se ha de dividir el número 196 son, respectivamente, 36, 72 y 88.

2. La edad de A es el triple de la de B y hace 5 años era el cuádruplo. Hallar las edades actuales.

Solución:

Sea

x : edad de B

$3x$: edad de A

$x - 5$: edad de B, hace 5 años

$3x - 5$: edad de A, hace 5 años

$4(x - 5) = 4x - 20$: edad de A, hace 5 años

De tal manera que:

$$3x - 5 = 4x - 20,$$

$$\Rightarrow 3x - 4x = -20 + 5 \quad (\text{transponiendo}),$$

$$\Rightarrow -x = -15 \quad (\text{reduciendo});$$

$$\therefore x = 15 \quad (\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } -1)$$

$$y \quad 3x = 3(15) = 45$$

Respuesta: actualmente A tiene 45 años de edad y B 15 años de edad.

3. Un comerciante adquiere 50 trajes y 35 pares de zapatos por 16000 soles. Cada traje costó el doble de lo que costó cada par de zapatos más 50 soles. Hallar el precio de un traje y de un par de zapatos.

Solución:

Sea

x : precio, en soles, de un par de zapatos

$2x + 50$: precio, en soles de un traje

$35x$: total pagado por los zapatos

$50(2x + 50) = 100x + 2500$: total pagado por los trajes

De tal manera que:

$$35x + 100x + 2500 = 16000,$$

$$\Rightarrow 135x + 2500 = 16000 \quad (\text{reduciendo}),$$

$$\Rightarrow 135x = 13500 \quad (\text{restando } 2500 \text{ en ambos miembros de la ecuación});$$

$$\therefore x = 100 \quad (\text{dividiendo cada miembro de la ecuación por } 135)$$

$$\text{y } 2x + 50 = 2(100) + 50 = 200 + 50 = 250$$

Respuesta: un par de zapatos cuesta 100 soles y un traje 250 soles.

4. 6 personas iban a comprar una casa contribuyendo por partes iguales pero dos de ellas desistieron del negocio y entonces cada una de las restantes tuvo que poner 2000 bolívares más. ¿Cuál era el valor de la casa?

Solución:

Sea

x : dinero que iban a poner de cuota las 6 personas originales

$6x$: valor de la casa

$x + 2000$: dinero que tienen que poner de cuota las 4 personas que quedaron

$4(x + 2000) = 4x + 8000$: valor de la casa

De tal manera que:

$$6x = 4x + 8000,$$

$$\Rightarrow 6x - 4x = 8000 \quad (\text{transponiendo}),$$

$$\Rightarrow 2x = 8000 \quad (\text{reduciendo}),$$

$$\Rightarrow x = 4000 \quad (\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } 2)$$

$$\text{y } 6x = 6(4000) = 24000$$

Respuesta: el valor de la casa es de 24 000 bolívares.

5. La suma de dos números es 108 y el doble del mayor excede al triplo del menor en 156. Hallar los números.

Solución:

Sea

x : número mayor

$2x$: doble del número mayor

$108 - x$: número menor

$3(108 - x) = 324 - 3x$: triplo del número menor

De tal manera que:

$$2x = (324 - 3x) + 156 \Leftrightarrow 2x = 480 - 3x,$$

$$\Rightarrow 2x + 3x = 480 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow 5x = 480 \quad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow x = 96 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por 5}\}$$

$$\text{y } 108 - x = 108 - 96 = 12$$

Respuesta: los números buscados son **12 y 96**.

6. El largo de un buque, que es 461 pies, excede en 11 pies a 9 veces el ancho. Hallar el ancho.

Solución:

Sea

x : ancho del buque, en pies

$9x$: nueve veces el ancho

De tal manera que:

$$9x + 11 = 461,$$

$$\Rightarrow 9x = 450 \quad \{\text{restando 11 unidades en cada miembro}\},$$

$$\Rightarrow x = 50 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por 9}\}$$

Respuesta: el ancho del buque es de **50 pies**.

7. Tenía \$85. Gasté cierta suma y lo que me queda es el cuádruplo de lo que gasté. ¿Cuánto gasté?

Solución:

Sea

x : dinero que Ud. gastó

$4x$: cuádruplo del dinero que gastó

$85 - x$: dinero que le queda despues del gasto

De tal manera que:

$$85 - x = 4x \Leftrightarrow 4x = 85 - x,$$

$$\Rightarrow 5x = 85 \quad \{\text{sumando } x \text{ unidades en cada miembro}\},$$

$$\Rightarrow x = 17 \quad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por 5}\}$$

Respuesta: Ud. gastó **\$17**.

8. Hace 12 años la edad de A era el doble de la de B y dentro de 12 años, la edad de A será 68 años menos que el triple de la de B. Hallar las edades actuales.

Solución:

Sea

x : edad actual de B

$x - 12$: edad de B, hace 12 años

$2(x - 12) = 2x - 24$: edad de A, hace 12 años

$2x - 24 + 12 = 2x - 12$: edad actual de A

$2x - 12 + 12 = 2x$: edad de A dentro de 12 años

$x + 12$: edad de B dentro de 12 años

$3(x + 12) = 3x + 36$: triple de la edad de B, dentro de 12 años

De tal manera que:

$$2x = (3x + 36) - 68,$$

$$\Rightarrow 2x = 3x - 32 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow -x = -32 \quad \text{(restando } 3x \text{ en ambos miembros),}$$

$$\Rightarrow x = 32 \quad \text{(multiplicando ambos miembros de la ecuación por } -1)$$

$$\text{y } 2x - 12 = 2(32) - 12 = 64 - 12 = 52$$

Respuesta: Actualmente A tiene 52 años de edad y B 32.

9. Tengo \$1.85 en monedas de 10 y 5 centavos. Si en total tengo 22 monedas, ¿cuántas son de 10 centavos y cuántas de 5 centavos?

Solución:

$$\$1.85 \Leftrightarrow 185 \text{ centavos}$$

Sea

x : # de monedas de 10 centavos

$22 - x$: # de monedas de 5 centavos

$10x$: monto total de las monedas de 10 centavos

$5(22 - x) = 110 - 5x$: monto total de las monedas de 5 centavos

De tal manera que:

$$10x + (110 - 5x) = 185,$$

$$\Rightarrow 5x + 110 = 185 \quad \text{(reduciendo),}$$

$$\Rightarrow 5x = 75 \quad \text{(restando 110 en ambos miembros),}$$

$$\Rightarrow x = 15 \quad \text{(dividiendo ambos miembros de la ecuación por 5)}$$

$$\text{y } 22 - x = 22 - 15 = 7$$

Respuesta: Ud. tiene 15 monedas de diez centavos y 7 monedas de cinco centavos.

18. Dentro de 5 años la edad de A será el triple de la de B, y 15 años después la edad de A será el duplo de la de B. Hallar las edades actuales.

Solución:

Sea

x : edad actual de B

$x + 5$: edad de B, dentro de 5 años

$3(x + 5) = 3x + 15$: edad de A, dentro de 5 años

$3x + 15 - 5 = 3x + 10$: edad actual de A (♣)

$x + 20$: edad de B, dentro de 20 años

$2(x + 20) = 2x + 40$: edad de A, dentro de 20 años

$2x + 40 - 20 = 2x + 20$: edad actual de A (♣)

De tal modo que, igualando (♣) y (♣), se obtiene:

$$3x + 10 = 2x + 20,$$

$$\Rightarrow 3x - 2x = 20 - 10;$$

$$\therefore x = 10$$

$$y \quad 2x + 20 = 2(10) + 20 = 20 + 20 = 40$$

Respuesta: actualmente, A tiene 40 años de edad y B, 10 años.

26. A y B empiezan a jugar teniendo A doble dinero que B. A pierde \$400 y entonces B tiene el doble de lo que tiene A. ¿Con cuánto empezó a jugar cada uno?

Solución:

Sea

x : dinero con que empieza a jugar B

$2x$: dinero con que empieza a jugar A

$2x - 400$: dinero que le queda a A, después de perder \$400

$x + 400$: dinero que acumula B, después de ganarle \$400 a A

De tal modo que:

$$x + 400 = 2(2x - 400),$$

$$\Rightarrow x + 400 = 4x - 800 \Leftrightarrow x - 4x = -800 - 400 \Leftrightarrow -3x = -1200;$$

$$\therefore x = 400$$

$$y \quad 2x = 2(400) = 800$$

Respuesta: A empieza a jugar con \$800 y B con \$400.

27. Compré cuádruple número de caballos que de vacas. Si hubiera comprado 5 caballos más y 5 vacas más tendría triple número de caballos que de vacas. ¿Cuántos caballos y cuántas vacas compré?

Solución:

Sea

x : # de vacas que Ud. compró

$4x$: # de caballos que Ud. compró

$x + 5$: # de vacas que Ud. tendría, en el caso hipotético que hubiera comprado 5 más

$4x + 5$: # de caballos que Ud. tendría, en el caso caso hipotético hubiera comprado 5 más

De tal modo que:

$$4x + 5 = 3(x + 5) \Leftrightarrow 4x + 5 = 3x + 15 \Leftrightarrow 4x - 3x = 15 - 5;$$

$$\therefore x = 10$$

$$y \quad 4x = 4(10) = 40$$

Respuesta: Ud. compró 10 vacas y 40 caballos.

28. En cada día, de lunes a jueves, gané \$6 más de lo que gané el día anterior. Si el jueves gané el cuádruplo de lo que gané el lunes, ¿cuánto gané cada día?

Solución:

Sea

x : dinero que Ud. ganó el lunes

$x + 6$: dinero que Ud. ganó el martes

$x + 6 + 6 = x + 12$: dinero que Ud. ganó el miércoles

$x + 12 + 6 = x + 18$: dinero que Ud. ganó el jueves

$4x$: dinero que Ud. ganó el jueves

De tal modo que:

$$4x = x + 18 \Leftrightarrow 4x - x = 18 \Leftrightarrow 3x = 18;$$

$$\therefore x = 6$$

$$y \quad x + 6 = 12, x + 12 = 18, 4x = 24$$

Respuesta: Ud. ganó, el lunes, \$6, el martes, \$12, el miércoles, \$18 y el jueves, \$24.

29. Tenía cierta suma de dinero. Ahorre una suma igual a la que tenía y gasté 50 soles; luego ahorré una suma igual al doble de lo que me quedaba y gasté 390 soles. Si ahora no tengo nada, ¿cuánto tenía al comienzo?

Solución:

Sea

x : dinero que Ud. tenía al comienzo, en soles

$x + x - 50 = 2x - 50$: dinero que Ud. tiene, una vez a gastado 50 soles

$2x - 50 + 2(2x - 50) - 390 = 2x - 50 + 4x - 100 - 390 = 6x - 540$: dinero que Ud. tiene inmediatamente después de gastar 390 soles

De tal modo que:

$$6x - 540 = 0 \Leftrightarrow 6x = 540;$$

$$\therefore x = 90$$

Respuesta: Ud. tenía al comienzo un total de 90 soles.

32. Dentro de 4 años la edad de A será el triplo de la de B, y hace 2 años era el quintuplo. Hallar las edades actuales.

Solución:

Sea

x : edad actual de B

$x + 4$: edad de B, dentro de 4 años

$3(x + 4) = 3x + 12$: edad de A, dentro de 4 años

$(3x + 12) - 4 = 3x + 8$: edad actual de A

$x - 2$: edad de B, hace 2 años

$5(x - 2) = 5x - 10$: edad de A, hace 2 años

$(5x - 10) + 2 = 5x - 8$: edad actual de A

De tal manera que:

$$5x - 8 = 3x + 8$$

{ambas expresiones representan la edad actual de A en términos de la edad actual de B},

$$\Rightarrow 5x - 3x = 8 + 8 \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow 2x = 16 \quad \{\text{reduciendo}\};$$

$$\therefore x = 8 \quad \{\text{dividiendo cada miembro de la ecuación por 2}\}$$

$$\text{y } 3x + 8 = 3(8) + 8 = 24 + 8 = 32$$

Respuesta: actualmente A tiene 32 años de edad y B 8 años de edad.

Nota: Los ejercicios fueron tomados del Texto "Álgebra de Baldor"

DÁMASO ROJAS

ENERO 2008