Taller Aplicaciones de la Integral

I. Área entre curvas. Hallar el área de la región limitada por las curvas:

1. $y = 2 - x^2, \quad y = x,$
2. $y = 4x - x^2, \quad y = 0,$ entre $x = 1$ y $x = 3$.
3. $y = \sqrt{x-4}, \quad y = 0, x = 8$.
4. $y = x^2 - 4x + 3, \quad x - y - 1 = 0$.
5. $y = \sqrt{2x}, \quad y = 2x - 4, \quad x = 0$.
6. $y^2 - 2x = 0, \quad y^2 + 4x - 12 = 0$.
7. $y^2 = x + 2, \quad y = x - 4$
8. $y = x^2, \quad y = -x^2 + 4x$
9. $y = x + 6, \quad y = x^3, \quad y = -\dfrac{2x}{4}$.
10. $y = |x - 1|, \quad y = x^2 - 3$
11. $y = x^3 + 3x^2, \quad y = x,$
12. $y = x^3 - 6x^2 + 8x, \quad y = x^2 - 4x$

En las figuras 1 a 8 que aparecen a continuación elija el elemento diferencial de área más apropiado y luego calcule el área de la región

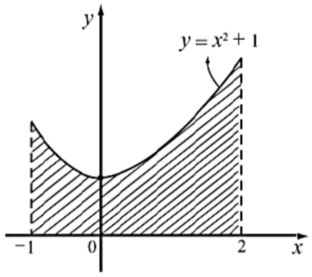

Figura 1

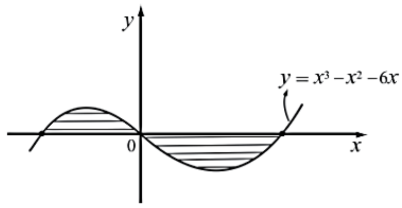

Figura 2

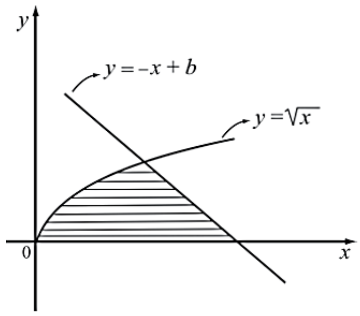

Figura 3

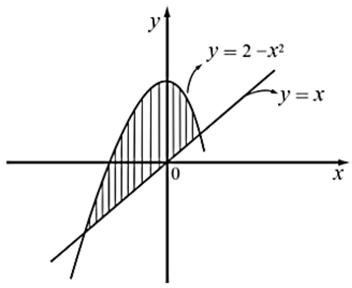

Figura 4

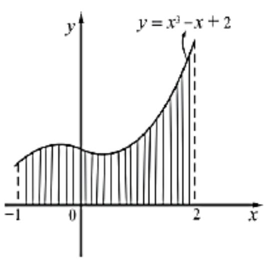

Figura 5

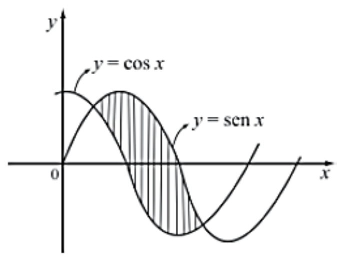

Figura 6

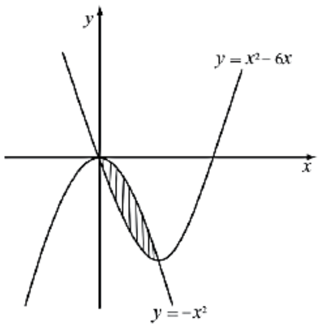

Figura 7

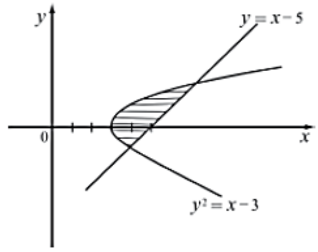

Figura 8

II. Sólidos de revolución:

1. Calcular el volumen del sólido generado por la rotación de la región R alrededor del eje indicado; siendo R la región limitada por las curvas, cuyas ecuaciones se dan a continuación:

a.	$y = 2x - x^2, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1$; eje y
b.	$x = 1, \quad y = \dfrac{\pi}{2}, \quad y = arc\ \mathrm{tg}\, x, \quad x = 4$; eje y .
c.	$y = 0, \quad y = 3, \quad x = 1, \quad x = 3, \quad y = \dfrac{1}{x-1}; \quad eje \quad x = 1$.

2. Sea R la región limitada por las curvas: $y = x^2, \quad y = \dfrac{1}{x}$ y las rectas $y = 0, \quad x = 2$ ..
   a) Calcule el volumen del sólido que se genera al rotar R alrededor del eje $x = 2$.
   b) Calcule el volumen del sólido que se genera al rotar R alrededor del eje $y = 1$.

3. Determine el volumen del sólido de revolución generado al rotar en torno al eje $x = 9$ la región limitada por las curvas: $y^2 = 9 - x, \quad y = 3 - x$.

4. Calcular el volumen del sólido generado al hacer girar alrededor de la recta $x = -4$, la región acotada por las curvas: $x = y - y^2, \quad x = y^2 - 3$.

5. Encuentre el volumen del sólido generado por la rotación en torno a la recta $y = 2$ de la región del primer cuadrante limitada por las parábolas $3x^2 - 16y + 48 = 0$, $x^2 - 16y + 80 = 0$ y el eje de las y .

6. Calcular el volumen del sólido generado al rotar la región R alrededor del eje y, donde R es:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0 \\ x = 2 \\ y = 0 \\ y = 4 \\ x + y - 5 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

7. Sea la región $R = \{(x, y) / x + 1 \leq y \leq 4 - 2x^2\}$. Calcule el volumen del sólido generado al girar R alrededor del eje: a) $x = 1$, b) $y = -1$

III. Longitud de arco:

1. Hallar la longitud de arco de la curva $y = x^{3/2}$ desde $x = 0$ hasta $x = 5$.
2. Hallar la longitud de arco de la curva $x = 3y^{3/2} - 1$ desde $y = 0$ hasta $y = 5$.
3. Hallar la longitud de arco de la curva $24xy = x^4 + 48$ desde $x = 2$ hasta $x = 4$.
4. Hallar la longitud de arco de la curva $y = \frac{1}{2}a(e^{x/a} + e^{-x/a})$ desde $x = 0$ hasta $x = a$.
5. Hallar la longitud de arco de la curva $y^2 = 12x$ limitado por la ordenada correspondiente a $x = 3$. La longitud pedida es el doble de la que hay desde el punto (0,0) al punto (3,6).

IV. Área de la superficie de sólidos de revolución:

1. Hallar el área de la superficie del sólido generada en la rotación alrededor del eje "x" del arco de la curva $y^2 = 12x$ desde $x = 0$ hasta $x = 3$.
2. Hallar el área de la superficie del sólido generada en la rotación alrededor del eje "y" del arco de la curva $y^3 = x$ desde $y = 0$ hasta $y = 1$.
3. Hallar el área de la superficie del sólido generada en la rotación alrededor del eje "x" del arco de la curva $y^2 + 4x = 2Lny$ desde $y = 1$ hasta $y = 3$.
4. Hallar el área de la superficie del sólido generada en la rotación alrededor del eje "x" del arco de la curva $y = \frac{1}{3}x^3$ desde $x = 0$ hasta $x = 3$.
5. Hallar el área de la superficie del sólido generada en la rotación alrededor del eje "y" del arco de la curva $y = \frac{1}{3}x^3$ desde $x = 0$ hasta $x = 3$.